数　　学

以下のⅠ～Ⅳの文中の空欄にあてはまるものをそれぞれの解答群から選べ。解答は解答用紙の所定欄にその番号をマークせよ。ただし，同じ番号が２度以上使われることもある。また，分数は既約分数として表示し，適当なものがない場合には⑮をマークせよ。

Ⅰ　二つの実数x，yに関する次の命題$\boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{Q}$を考える。

命題$\boldsymbol{P}$：$x+y>0$ならば$x>0$または$y>0$

命題$\boldsymbol{Q}$：$xy>0$ならば$x>0$かつ$y>0$

次の各問に答えよ。

問１　(1) 命題$\boldsymbol{P}$の逆は $\boxed{1}$ である。

(2) 命題$\boldsymbol{P}$の対偶は $\boxed{2}$ である。

(3) 命題$\boldsymbol{P}$の裏は $\boxed{3}$ である。

$\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ の選択肢

① $x+y \leqq 0$ならば$x \leqq 0$かつ$y \leqq 0$　　② $x+y \leqq 0$ならば$x>0$または$y>0$

③ $x>0$または$y>0$ならば$x+y>0$　　④ $x>0$または$y>0$ならば$x+y \leqq 0$

⑤ $x \leqq 0$かつ$y \leqq 0$ならば$x+y \leqq 0$　　⑥ $x \leqq 0$かつ$y \leqq 0$ならば$x+y>0$

問２　(4) 命題：$x>0$ かつ $y>0$ ならば $xy>0$ は， $\boxed{4}$ である。

(5) 命題：$xy \leqq 0$ ならば $x \leqq 0$ または $y \leqq 0$ は， $\boxed{5}$ である。

$\boxed{4}$ ～ $\boxed{5}$ の選択肢

① 命題$\boldsymbol{Q}$　② 命題$\boldsymbol{Q}$の対偶　③ 命題$\boldsymbol{Q}$の裏　④ 命題$\boldsymbol{Q}$の逆

問３　(6) 命題$\boldsymbol{P}$の対偶は真であることが容易にわかる。よって $\boxed{6}$ も真である。

(7) 命題$\boldsymbol{Q}$の逆は真であることが容易にわかる。よって $\boxed{7}$ も真である。

$\boxed{6}$ ～ $\boxed{7}$ の選択肢

① 命題$\boldsymbol{P}$　② 命題$\boldsymbol{P}$の裏　③ 命題$\boldsymbol{P}$の逆

④ 命題$\boldsymbol{Q}$　⑤ 命題$\boldsymbol{Q}$の対偶　⑥ 命題$\boldsymbol{Q}$の裏

Ⅱ　ハイブリッド車とそうではないノーマル車とを生産している自動車製造工場がある。各自動車１台を製造するためのエンジン１個と車体１個の組み立てに必要なそれぞれの作業日数，およびその車１台当りの利益額は以下のように設定されている。また，製造工場の１ヶ月間の作業能力の最大値も決まっている。

	ノーマル車	ハイブリッド車	製造工場の１ヶ月間の作業能力
エンジン１個を組み立てるのに必要な日数	２日	３日	４００日分
車体１個を組み立てるのに必要な日数	４日	３日	５００日分
１台当りの利益額	８万円	１０万円	

この条件のもとで，利益額を最大にするための各自動車のそれぞれの生産台数を求めたい。

ノーマル車の生産台数をx台，ハイブリッド車の生産台数をy台とすれば，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$である。$2x+3y \leqq 400$，$4x+3y \leqq 500$の条件のもとで，利益額を示す，$80000x+100000y=h$を満たすhの最大値を求めればよい。

すべての不等式の条件を満たす領域Dのx軸上にある頂点の座標（原点を除く）は，（$\boxed{8}\boxed{9}\boxed{10}$，０）であり，$y$軸上にある頂点の座標（原点を除く）は，（０，$\dfrac{\boxed{11}\boxed{12}\boxed{13}}{3}$）である。

$8x+10y=k$，$k=\dfrac{h}{10000}$とおくと，この直線が領域Dの点（$\boxed{14}\boxed{15}$，$\boxed{16}\boxed{17}\boxed{18}$）を通るとき，$k$は最大となる。百万円を単位として表すと，最大の利益額は，$\boxed{19}\boxed{20}$百万円である。

選択肢

① −4　② −3　③ −2　④ −1　⑤ 0　⑥ 1　⑦ 2
⑧ 3　⑨ 4　⑩ 5　⑪ 6　⑫ 7　⑬ 8　⑭ 9

数学

Ⅲ

(1) $-2 \leqq x \leqq 2$, $2x+y=-2$のとき，式$2^{x+3}-2^{-y}$の最大値と最小値を求めよう。

$2x+y=-2$より$y=-(2x+2)$となり，これを上式に代入すると，

$$2^{x+3}-2^{-y}=-4\times(2^x-\boxed{21})^2+\boxed{22}$$

となる。条件$-2 \leqq x \leqq 2$より，最大値は$2^x=\boxed{21}$のとき，すなわち$x=\boxed{23}$のとき，$\boxed{22}$となり，最小値は$2^x=\boxed{24}$のとき，すなわち$x=\boxed{25}$のとき，$-\boxed{26}$となる。

(2) $xy=8$, $1 \leqq x \leqq 16$のとき，方程式$(1-\log_2 x)(2+\log_2 y)=0$を考えよう。

$xy=8$より$y=\dfrac{8}{x}$となり，これを方程式に代入すると，

$$(\boxed{27}-\log_2 x)(\boxed{28}-\log_2 x)=0$$

となる。条件$1 \leqq x \leqq 16$より，方程式の解は$\log_2 x=\boxed{27}$，すなわち$x=\boxed{29}$，$y=\boxed{30}$である。

(3) $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$のとき，式$\dfrac{3}{1+\sin\theta}+\dfrac{2\tan\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\sin\theta}{1-\sin^2\theta}$の値を求めよう。

式は次のように変形できる。

$$\frac{3}{1+\sin\theta}+\frac{2\tan\theta}{\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{1-\sin^2\theta}=\frac{\boxed{31}}{\cos^2\theta}$$

$\cos\theta$の値を入れると，式の値は$\boxed{32}$となる。

選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5	⑥ 6	⑦ 7
⑧ 8	⑨ 9	⑩ 0	⑪ 12	⑫ 16	⑬ 24	⑭ 32

数学

Ⅳ　２つの放物線$y=x^2+2x$……㋐と，$y=x^2-4x$……㋑，および直線$y=-ax$ $(0<a<4)$がある。この直線と放物線㋐および㋑で囲まれた部分の面積をそれぞれS_1，S_2とする。$S_1=S_2$となるようなaを求めよう。

放物線㋐と直線の交点のx座標は，２次方程式$x^2+(a+2)x=0$を解いて$-(a+\boxed{33})$と０である。したがって

$$S_1=\int_{-(a+\boxed{33})}^{0}\{-ax-(x^2+2x)\}dx$$
$$=-\int_{-(a+\boxed{33})}^{0}x^2dx-(a+2)\int_{-(a+\boxed{33})}^{0}xdx=\frac{1}{\boxed{34}}(a+2)^{\boxed{35}}$$

同様に，放物線㋑と直線の交点のx座標は，２次方程式$x^2+(a-4)x=0$を解いて０と$\boxed{36}-a$である。したがって

$$S_2=\int_{0}^{\boxed{36}-a}\{-ax-(x^2-4x)\}dx$$
$$=-\int_{0}^{\boxed{36}-a}x^2dx+(4-a)\int_{0}^{\boxed{36}-a}xdx=\frac{1}{\boxed{37}}(4-a)^{\boxed{38}}$$

よって，S_1とS_2が等しい条件は$\frac{1}{\boxed{34}}(a+2)^{\boxed{35}}=\frac{1}{\boxed{37}}(4-a)^{\boxed{38}}$であることがわかる。これより３次方程式 $a^3-\boxed{39}a^2+30a-28=0$……㋒が得られるが，㋒は次のように因数分解できる。すなわち$(a-\boxed{40})(a^2-\boxed{41}a+28)=0$である。２次方程式$a^2-\boxed{41}a+28=0$の解は虚数であるから，㋒の実数解は$\boxed{42}$である。これは$0<a<4$を満たすから，求める$a$の値である。

数学

選択肢

① 1	② 2	③ 3	④ 4	⑤ 5
⑥ 6	⑦ 7	⑧ 8	⑨ 9	⑩ 10